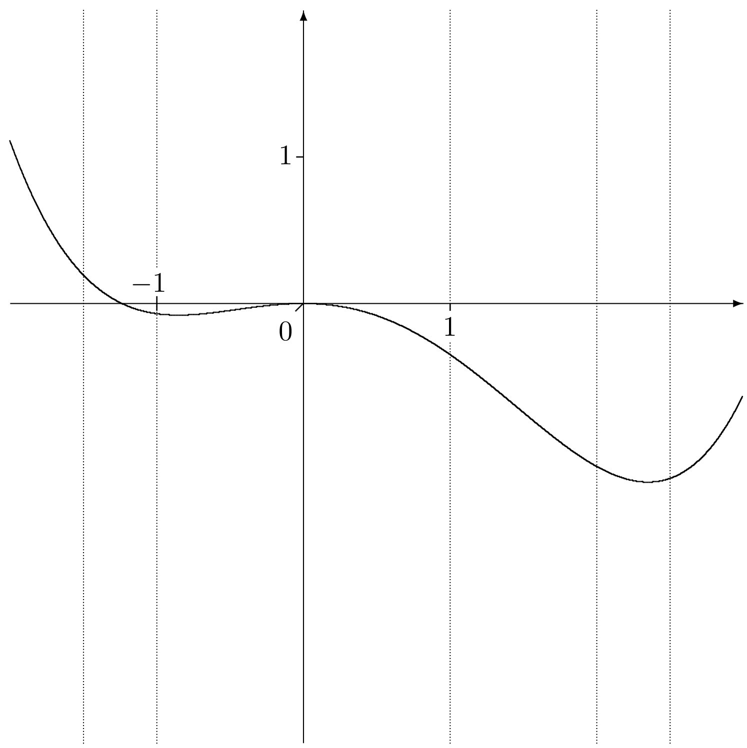
Arbeitsplan - Graphische Differenziation

Ziel(e): Verständnis der graphischen Differenziation. Erstellen eines Gerätes zur graphischen Differenziation von Kurven.

Schulische Arbeitszeit: 25min
Häusliche Arbeitszeit: 30min

In den angegebenen Texten (auf der nächsten Seite) wird zum einen erklärt, wie man zeichnerisch möglichst exakt eine Kurventangente (-normale) ermitteln kann, und zum anderen ist dargestellt, wie man ermittelte Kurventangenten verwenden kann, um das Schaubild der Ableitungsfunktion f' ohne Kenntnis des Funktionsterms f zu zeichnen.

Aufgabe 1: Lies Text (1) und zeichne, wie in Absatz I erklärt, an die Kurve im folgenden Schaubild die Kurvennormalen und -tangenten an den Stellen -1.5, -1, 0, 1, 2 und 2.5.



Aufgabe 2: Bearbeite Text (2) und erkläre, warum die Parallelen zu den Tangenten durch den Punkt $(-1|0)$ verlaufen. Kann man auch jeweils einen anderen Punkt auf der x-Achse wählen?

Aufgabe 3: Konstruiere die Punkte des Schaubildes der Ableitungsfunktion im gleichen Schaubild.

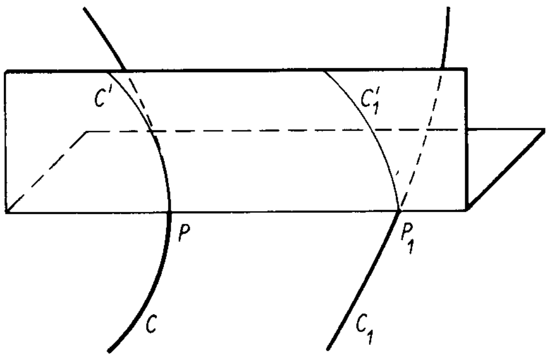
Zusatz: Überlege dir ein einfaches Gerät, mit dem sich eine Kurve graphisch differenzieren lässt. Es sollte sich aus Pappe (Holz) und Overhead-folie o.Ä. herstellen lassen.

Texte zur graphischen Differenziation:

(1) Fachlexikon ABC Mathematik:

Differenziergerät, *Derivator*, *Differentiator*: Gerät, mit dem die 1. ***Ableitung*** in einem Punkt P einer durch ihr graph. Bild dargestellten Funktion mechanisch bestimmt wird, meist als Anstieg der Tangente an die gegebene Kurve mit dem Berührungspunkt P. D.e werden z. B. zur Untersuchung von Kurven eingesetzt, die durch selbsttätige Registriergeräte aufgezeichnet wurden.

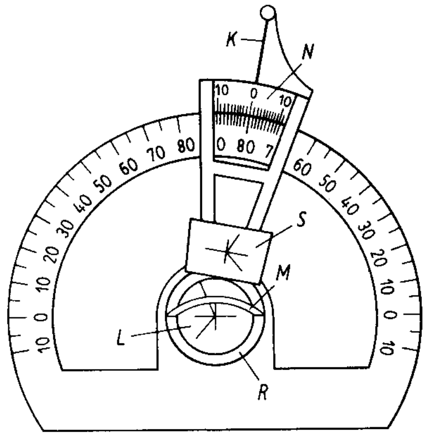
I. Das einfachste Gerät dieser Art ist das *Spiegellineal* (Abb. 1), ein Winkeleisen, dessen zur Zeichen-



Differenziergerät. Abb. 1: Spiegellineal

ebene senkrechte Fläche spiegelnd poliert ist. Legt man die Unterkante der spiegelnden Fläche so durch P, daß der sichtbare Teil der Kurve C ohne Knick in sein Spiegelbild C' übergeht, so zeigt die Unterkante die Richtung der Kurvennormalen in P an, die Senkrechte zu ihr durch P deshalb die Kurventangente, mit deren Anstieg auch die 1. Ableitung in P bestimmt ist. Im Punkt P_1 der Kurve C_1 (Abb. 1) liegt die Unterkante nicht in Richtung der Kurvennormalen.

II. Eine wesentl. Verbesserung dieses Prinzips wird mit dem ***Derivimeter*** von Ott erreicht. Statt des Spiegels wird eine durch einen Meridianschnitt geteilte ***Kugellupe*** L verwendet, die im Mittelpunkt eines Winkelmessers drehbar gelagert ist. Die Drehung erfolgt mittels eines Armes, der einen an der



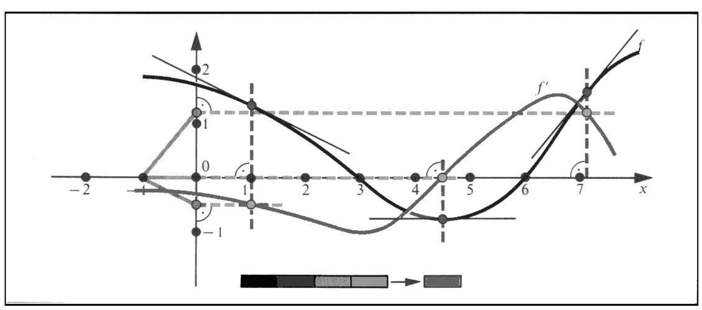
Differenziergerät. Abb. 2: Derivimeter nach Ott

Kreisteilung des Winkelmessers gleitenden Nonius N trägt (Abb. 2). Das Instrument wird mit dem Mittelpunkt der Lupe so auf den Punkt P gesetzt, daß die gerade Kante des Winkelmessers parallel zur Abszissenachse liegt. Wird dann durch Drehen der Lupe ein knickfreier Übergang von der Kurve zu ihrem Spiegelbild auf der Schnittebene erreicht, so können am Dreharm mittels des Nonius N der Steigungswinkel der Tangente abgelesen und aus einer Tangenstafel der Wert der 1. Ableitung bestimmt werden. Die knickfreie Einstellung wird durch einen über der Lupe angebrachten Spiegel erleichtert, durch den auch das hinter der Lupe liegende Kurvenstück und dessen Spiegelbild an der Lupe betrachtet werden können. Bei der Winkelablesung ist mit einem mittleren Fehler von etwa 0,2° zu rechnen.

(2) dtv-Atlas der Mathematik - Band 2 'Analysis und angewandte Mathematik':

Graphische Differentiation

In den Anwendungen treten häufig Graphen differenzierbarer Funktionen auf, ohne daß Terme bzw. andere Rechenvorschriften zur Berechnung der Funktionswerte bekannt sind. In diesen Fällen lassen sich auch die Ableitungen der Funktionen nicht rechnerisch ermitteln. Da man aber Tangenten nach Augenmaß mit großer Genauigkeit zeichnen kann, lassen sich die Graphen der Ableitungen punktweise mit entsprechender Genauigkeit zeichnerisch ermitteln. Abb. C zeigt das Verfahren, bei dem zur Tangente durch $(x|f(x))$ noch jeweils die Parallele durch den Punkt $(-1|0)$ gezeichnet wurde, die die senkrechte Achse in $(0|f'(x))$ schneidet.



Graphische Differentiation